

УДК 33

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВИДА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ МАЛЫХ ВЫБОРОК НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩЕГО БАЙЕСОВСКОГО ПОДХОДА

С.В. ПРОКОПЧИНА,
доктор технических наук, профессор,
Финансовый университет при Правительстве РФ,
Москва, Российская Федерация

Предложена новая модификация метода аналитической формы плотности вероятности. Методологической платформой является регулирующий Байесовский подход. Приведены примеры применения метода.

Ключевые слова: байесовский подход, экономические системы, эффективность.

Economic theory

DETERMINATION OF THE ANALYTICAL FORM OF THE DISTRIBUTION IN TERMS OF SMALL SAMPLES ON THE BASIS OF REGULARIZING BAYESIAN APPROACH

S.V. PROKOPCHINA,
doctor of technical Sciences, Professor,
Financial University under the Government of the Russian Federation
Moscow, Russian Federation

The new modification of the method for analytical form of density of probability is suggested. The methodological platform is Regularizing Bayesian Approach. The examples of application of the method are given.

Keywords: Bayesian approach, economic system, efficiency

В процессе жизнедеятельности любой организации возникают ситуации, когда вопрос о принятии новых решений в задачах повышения эффективности производства становится особенно актуальным. Именно в этот момент ключевую роль в организации всего производственного процесса занимает бизнес-аналитика.

Для получения эффективных и достоверных бизнес-решений требуется значительное количество информации. Однако, как известно, современным экономическим системам присуща высокая степень информационной неопределенности, что затрудняет использование традиционных эконометрических методов.

Регуляризирующий байесовский подход (РБП) и методы байесовской математической

статистики (БМС) на его основе позволяют успешно решать задачи обработки информации в условиях малых выборок, отсутствия числовой информации, разнотипной информации.

В опубликованных работах [1–7] автором и его коллегами приведены различные алгоритмы БМС, реализованные на платформах «Экоаналитик», «Инфоаналитик» и в других прикладных программах.

Метод определения аналитического вида закона распределения на основе РБП был применен для решения широкого круга прикладных задач, как технической, так и социально-экономической сфер.

Примерами применения метода могут быть решенные на его основе задачи распознавания объектов по космическим снимкам в ре-

жиме реального времени, управление производственным оборудованием при смене режимов его использования, определения уровня допустимых уловов в рыбохозяйственной практике, оценке состояния водоемов, определении запасов нефтяных месторождений, оценке показателей энергетических систем и др.

В данной работе приводится пример реализации алгоритма определения аналитического вида закона распределения по малым выборкам, диаграммам, лингвистической информации.

Впервые алгоритм аппроксимации закона распределения по системе К. Пирсона был предложен в 1975 г. в кандидатской диссертации автора и других его печатных работах.

Алгоритм (данная модификация метода) содержит в себе 25 классов унимодальных распределений из системы, которые базируются на применении девяти законов распределения, которые включают в себя:

- 1) нормальное распределение;
- 2) равномерное распределение;

- 3) распределение Симпсона;
- 4) распределение Рэлея;
- 5) экспоненциальное распределение;
- 6) гамма-распределение;
- 7) распределение Вейбулла;
- 8) логарифмически нормальное распределение;
- 9) бета-распределение.

Пространство решений системы К. Пирсона на основании принципов многомерного шкалирования по РБП разделено на 25 классов, что соответствует 0,25% относительной погрешности определения вида плотности вероятности. Множество областей на плоскости моментов (рис. 1), каждая из которых обозначает отдельный класс распределения и имеет свои показатели коэффициентов асимметрии и эксцесса.

Базируясь на составленных интервалах, была создана система, которая обеспечивает автоматическое определение класса распределения, а также других возможных, но менее вероятных классов.

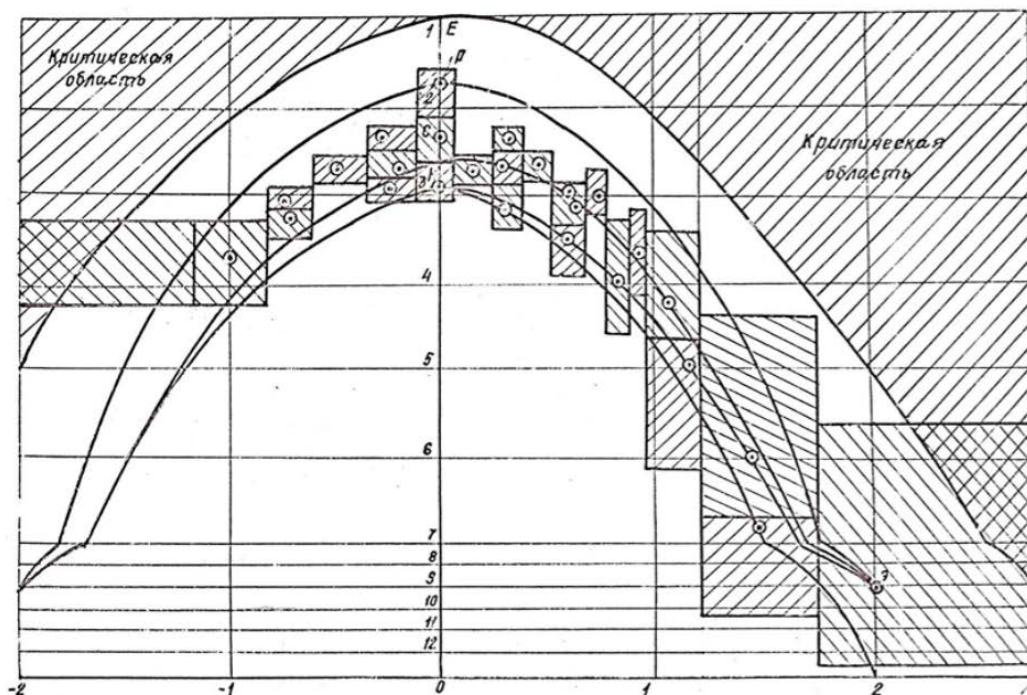


Рис. 1. Двумерная шкала по РБП плоскости моментов

В данной работе приводится пример модификации метода для среды Excel.

Требования к пользователю, необходимые для использования алгоритма:

– наличие установленного Microsoft Office Excel 2016 с поддержкой макросов;

– минимальные навыки работы в Excel;

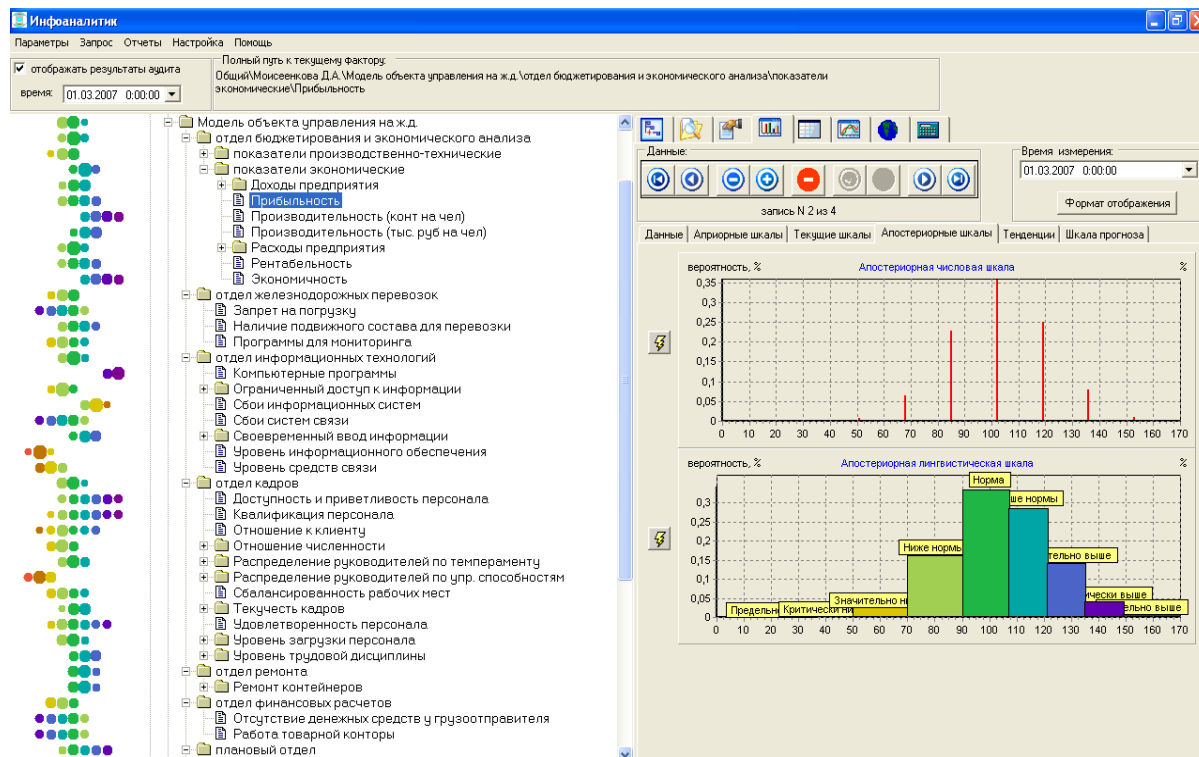
– наличие исходной информации в виде числовых рядов, таблиц, диаграмм, лингвистических данных, оценок экспертов.

Описание интерфейса и рабочего пространства. Ниже приводятся примеры приме-

нения алгоритма при определении закона распределения регуляризированных байесовских оценок производственных показателей, полученных в среде «Инфоаналитик» в условиях малых выборок данных. Оценки представлены

на рисунках в виде диаграмм для числовой и лингвистической информации.

Пример 1 иллюстрирует определение закона распределения показателя «Прибыль предприятия» (рис. 2).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Таблица исходных данных										
2	2	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
3	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7	3	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6
8	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
9	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
10	3	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7
11	3	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9
12											

Рис. 2. Определение закона распределения показателя «Прибыль предприятия» (на данном изображении таблица исходных данных уже заполнена)

После ввода данных на листе в файле Excel выводятся альтернативные решения о виде закона распределения по набору данных. Цветовой гаммой обозначается вероятность каж-

дого решения. Слева выводится график закона распределения, который определяется после получения решения (рис. 3–5).

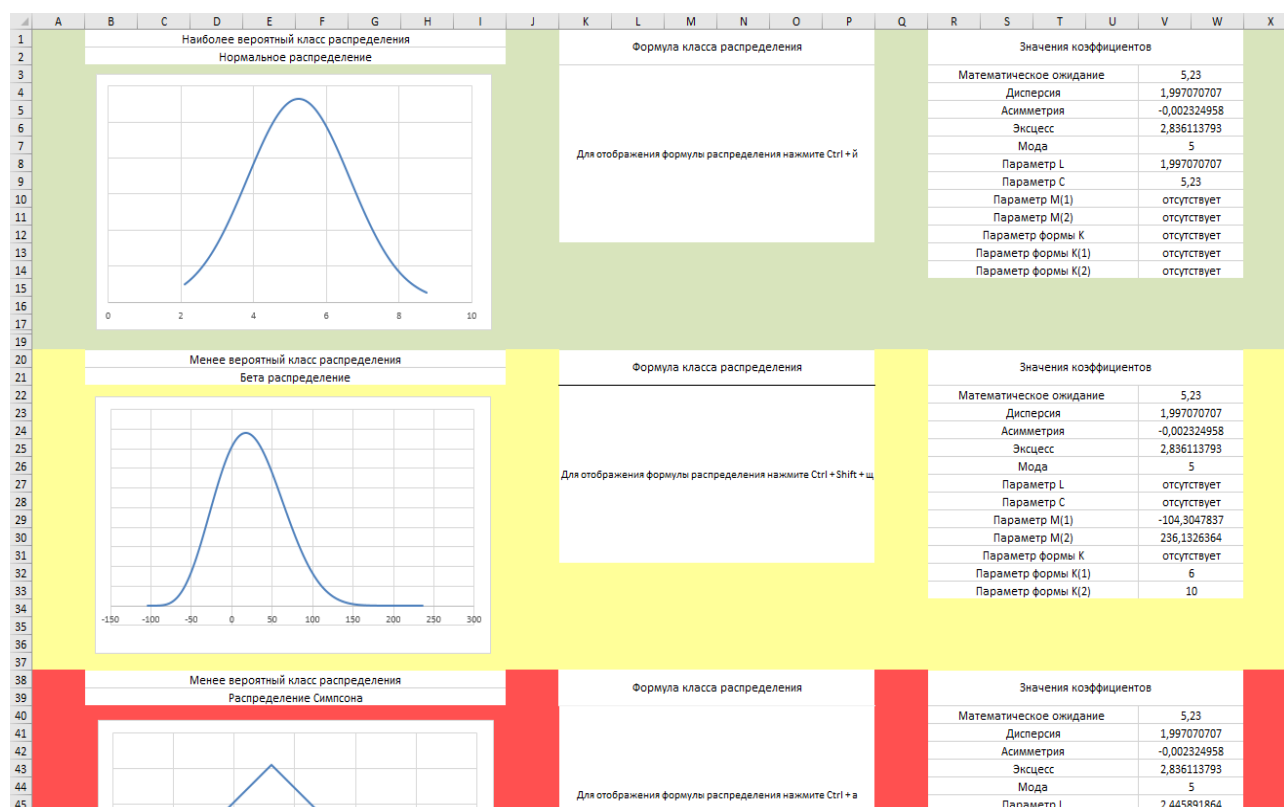


Рис. 3. Вид интерфейса пользователя



Рис. 4. Наиболее вероятный класс распределения (наиболее вероятным распределением для этого примера является нормальное распределение, график плотности вероятности этого распределения).

Значения коэффициентов	
Математическое ожидание	5,23
Дисперсия	1,997070707
Асимметрия	-0,002324958
Эксцесс	2,836113793
Мода	5
Параметр L	1,997070707
Параметр С	5,23
Параметр M(1)	отсутствует
Параметр M(2)	отсутствует
Параметр формы K	отсутствует
Параметр формы K(1)	отсутствует
Параметр формы K(2)	отсутствует

Рис. 5. Значения коэффициентов

В примере использовались лингвистические данные.

Если же использовать числовую шкалу данных, то мы также получим аналитический результат от алгоритма (рис. 6–9).

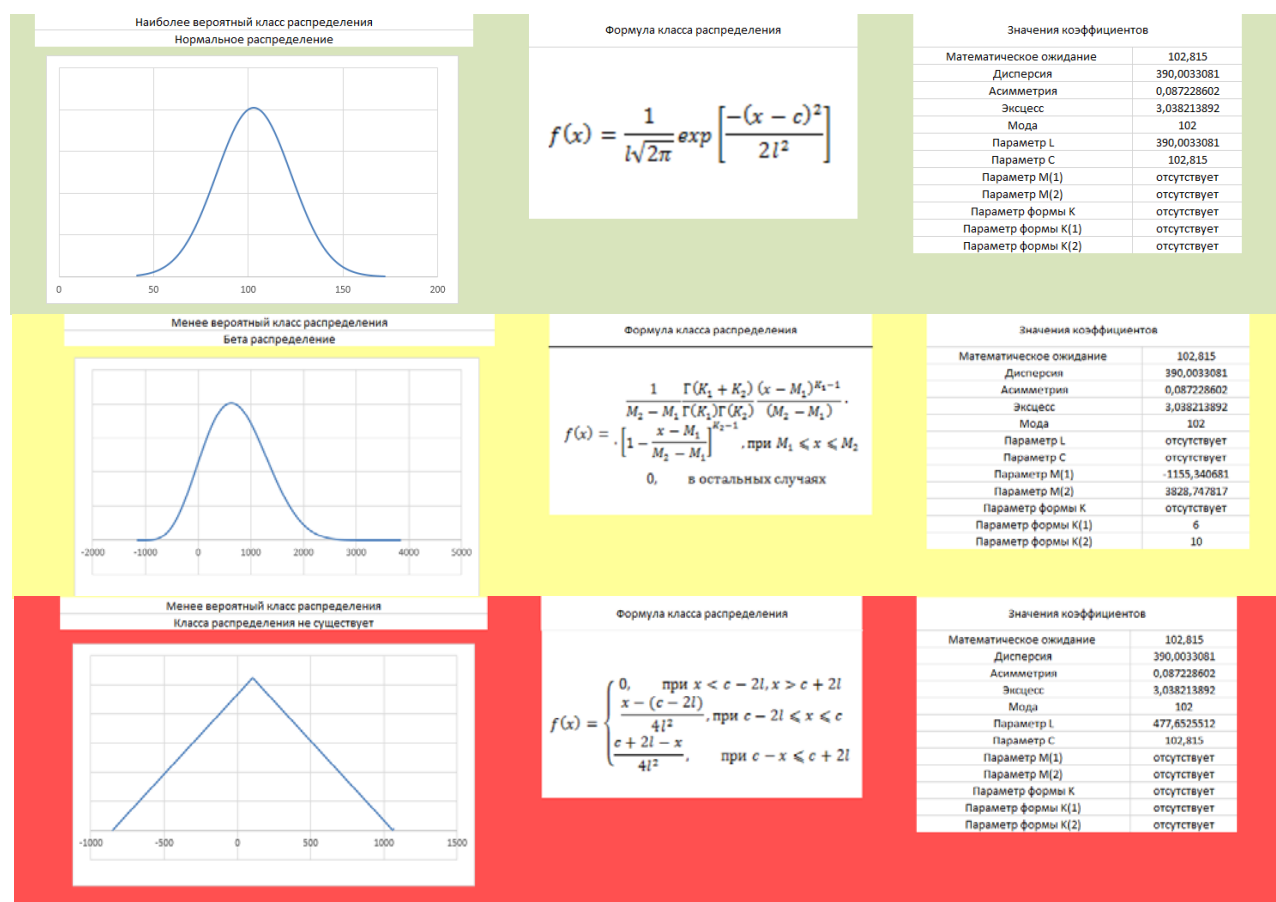


Рис. 6. Пример 2

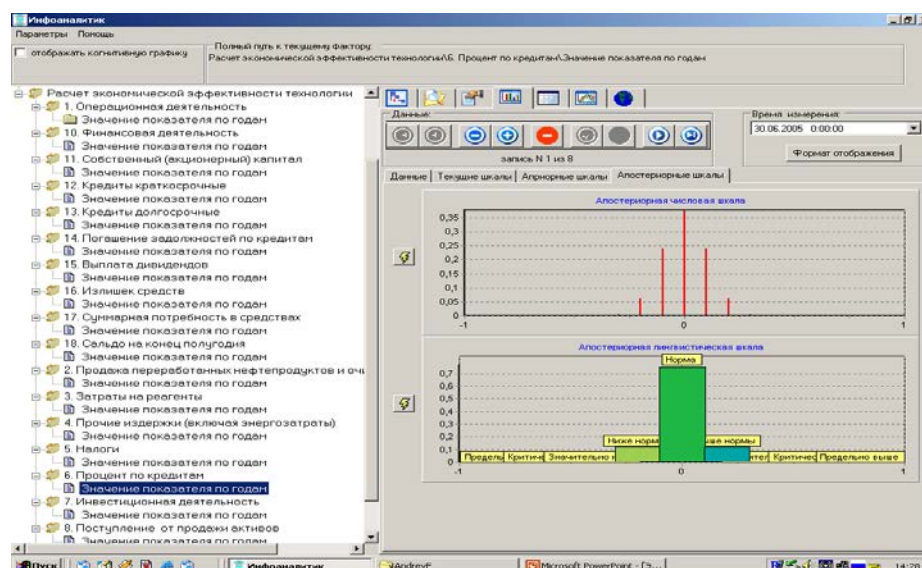


Рис. 7. Исходные данные

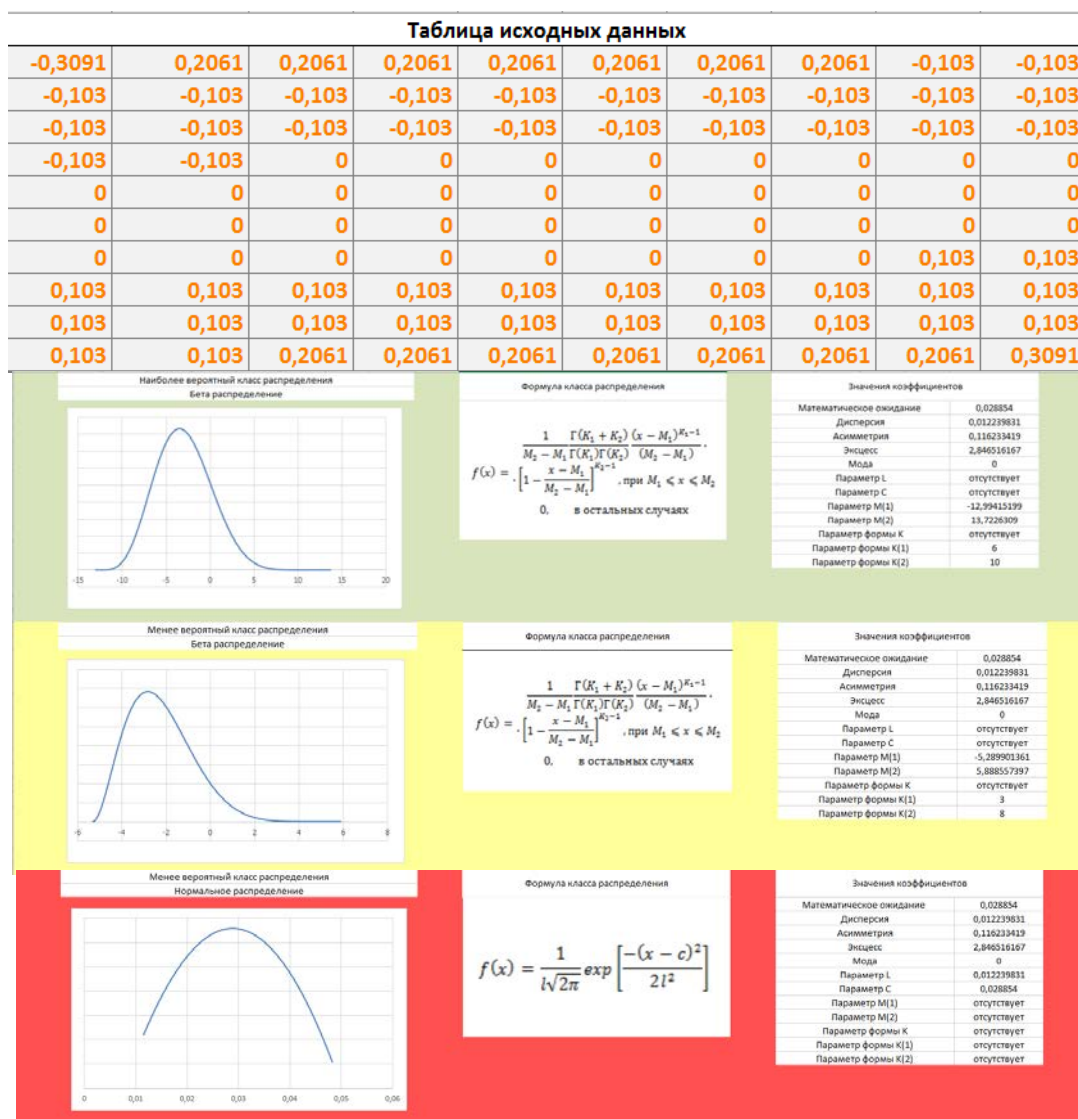


Рис. 8. Пример 3

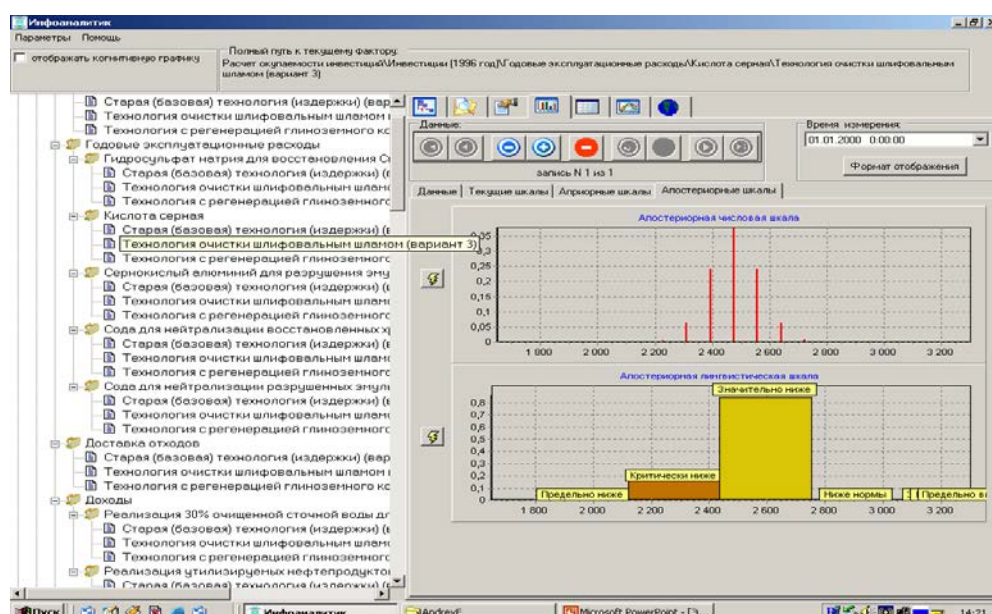
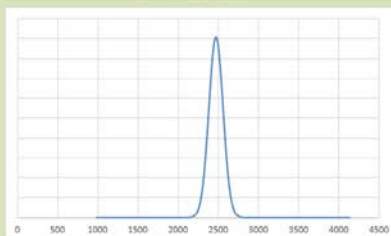


Таблица исходных данных

2232	2312	2312	2312	2312	2312	2312	2312	2392	2392
2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392
2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392	2392
2392	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472
2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472
2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472
2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2472	2552
2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552
2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552	2552
2552	2552	2632	2632	2632	2632	2632	2632	2632	2712

Наиболее вероятный класс распределения
Нормальное распределение



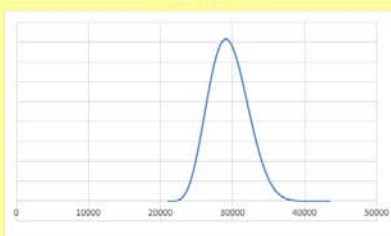
Формула класса распределения

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - c)^2}{2l^2} \right]$$

Значения коэффициентов

Математическое ожидание	2472
Дисперсия	7757,575758
Асимметрия	0
Экцесс	3,06248685
Мода	2472
Параметр L	7757,575758
Параметр C	2472
Параметр M(1)	отсутствует
Параметр M(2)	отсутствует
Параметр формы K	отсутствует
Параметр формы K(1)	отсутствует
Параметр формы K(2)	отсутствует

Менее вероятный класс распределения
Бета распределение



Формула класса распределения

$$f(x) = \frac{1}{M_2 - M_1} \frac{\Gamma(K_1 + K_2) \Gamma(K_2)}{\Gamma(K_1) \Gamma(K_2)} \frac{(x - M_1)^{K_1 - 1}}{(M_2 - M_1)^{K_1 - 1}} \cdot \left[1 - \frac{x - M_1}{M_2 - M_1} \right]^{K_2 - 1}, \text{ при } M_1 \leq x \leq M_2$$

0, в остальных случаях

Значения коэффициентов

Математическое ожидание	2472
Дисперсия	7757,575758
Асимметрия	0
Экцесс	3,06248685
Мода	2472
Параметр L	отсутствует
Параметр C	отсутствует
Параметр M(1)	21081,18056
Параметр M(2)	43432,33675
Параметр формы K	отсутствует
Параметр формы K(1)	6
Параметр формы K(2)	10

Рис. 9. Пример 4

Таким образом, используя любую информацию, можно определить аналитический вид

закона распределения и использовать его для самой детальной аналитики для факторов.

Список литературы

1. Мягкие вычисления и измерения: в 3-х т. / под ред. проф. С.В. Прокопчиной. М.: Научная библиотека, 2017.
2. Опыт решения социально-экономических задач на основе БИТ / под ред. С. В. Прокопчиной. М., 2014.
3. Прокопчина С.В. Аппроксимация законов распределений: дис. ... канд. тех. наук. Л.: ЛЭТИ, 1996.
4. Прокопчина С.В. Методологические аспекты теории мягких измерений // Сборник докладов Международной конференции «SCM-2009». СПб., 2009. С. 49–63.
5. Прокопчина С.В. Принципы мягкого аудита и мягкого управления сложными системами. М., 2010.
6. Прокопчина С.В., Федичкин А.И. Применение байесовских интеллектуальных технологий для оценки и прогнозирования состояний сложных объектов // Технико-технологические проблемы сервиса. 2007. № 2. С. 108–115.
7. Управление в условиях неопределенности / под ред. С.В. Прокопчиной, М.Ю. Шестопалова., СПб.: ЛЭТИ, 2014.

References

1. (2017) Soft computing and measurements: in 3 t. / under the editorship of Professor S. V. Prokopchina. M.: Scientific library.
2. (2014) Experience of solving socio-economic tasks on the basis of a BIT / under the editorship of S. V. Prokopchina. Moscow.
3. Prokopchina S.V. (1996) Approximate laws of distributions: dis. kand. tech. SC. L.: LETI.
4. Prokopchina S.V. (2009) Methodological aspects of the theory of soft measurements // Collection of reports of International conference «SCM-2009». SPb. Pp. 49–63.
5. Prokopchina S.V. (2010) Principles of auditing soft and soft control. complex systems. Moscow.
6. Prokopchina S.V., Fedichkin I.A. (2007) Application of Bayesian intelligent technologies for assessment and forecasting of complex objects. *Technical and technological problems of service*, no. 2, pp. 108–115.
7. (2014) Management under uncertainty / ed. by S.V. Prokopchina, M.Yu. Shestopalova. SPb.: LETI.